

波動と光

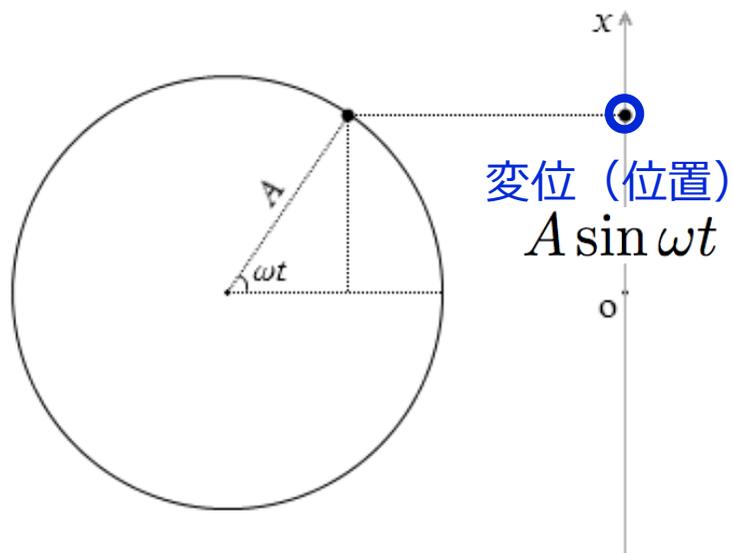
第2回 単振動と連成振動

情報理工学研究科 情報・ネットワーク工学専攻

松浦 基晴

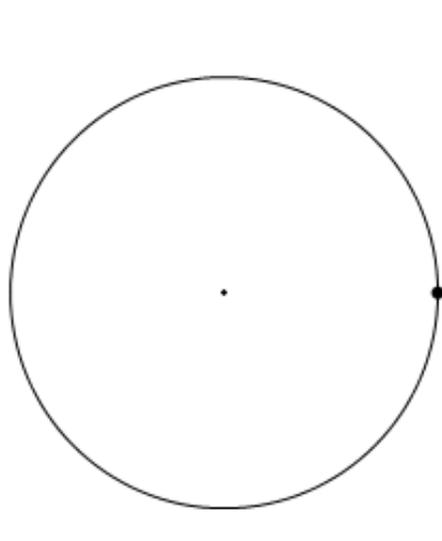
単振動 / 円運動の変位

単振動は等速円運動する物体を真横から光を当てて壁に投影した正射影のような往復運動を示す。



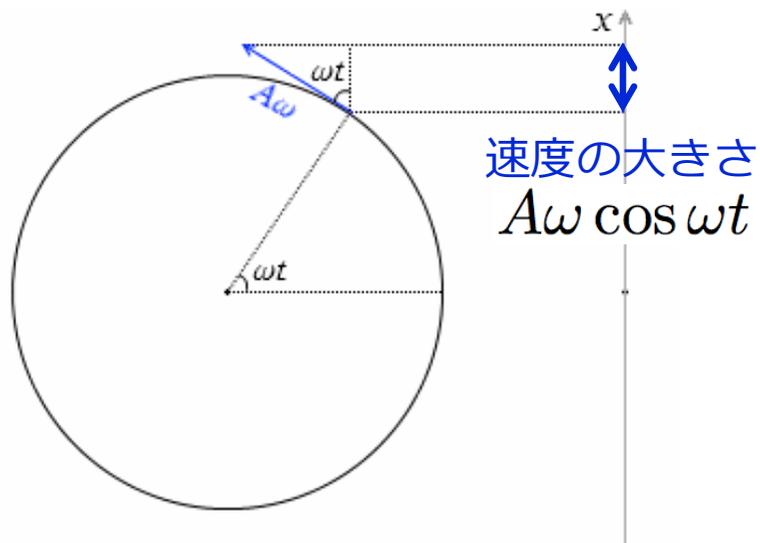
$$x(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$$

円の半径 (points to A)
円の角度 [rad] (points to ωt)



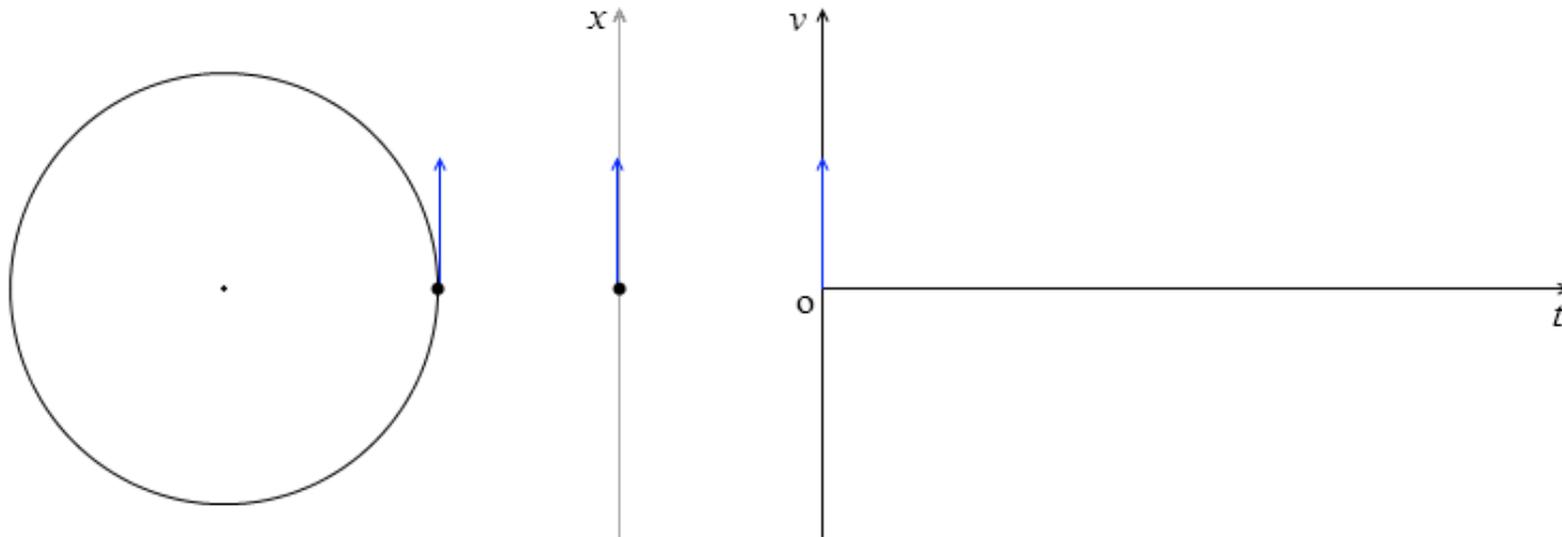
引用: <http://wakariyasui.sakura.ne.jp/p/mech/tann/tannsinn.html>

単振動 / 円運動の速度



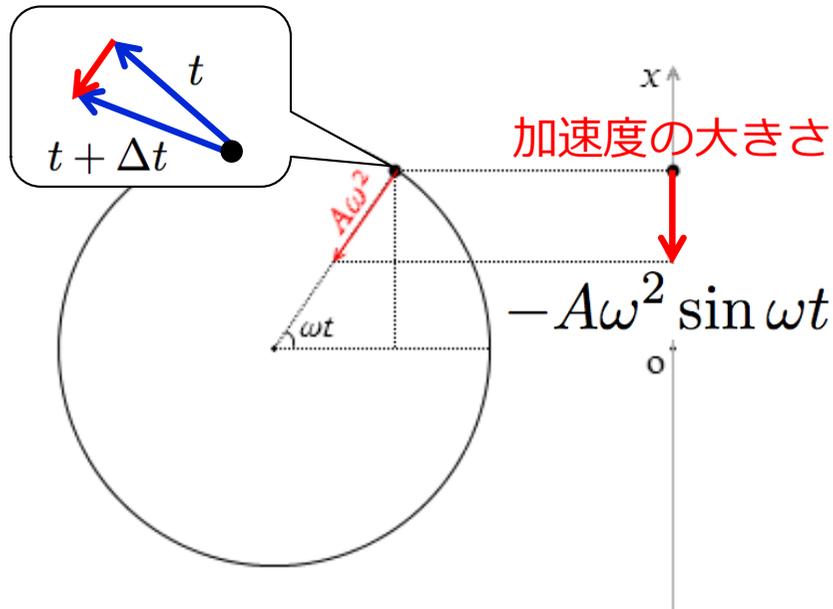
円運動の速度は円の接線方向に働き、単振動の速度は円運動をx軸に射影したものになる。

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \underbrace{A\omega}_{\text{速度の大きさ}} \cos(\underbrace{\omega t}_{\text{円の角度 (時間関数)}} + \alpha)$$



引用: <http://wakariyasui.sakura.ne.jp/p/mech/tann/tannsinn.html>

単振動 / 円運動の加速度

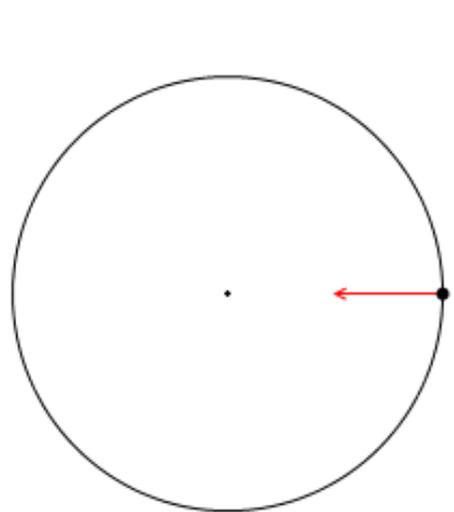


速度が時間変化を生じるときには
 加速度が発生し、その向きは円運
 動の円の中心に向かう（向心力）。

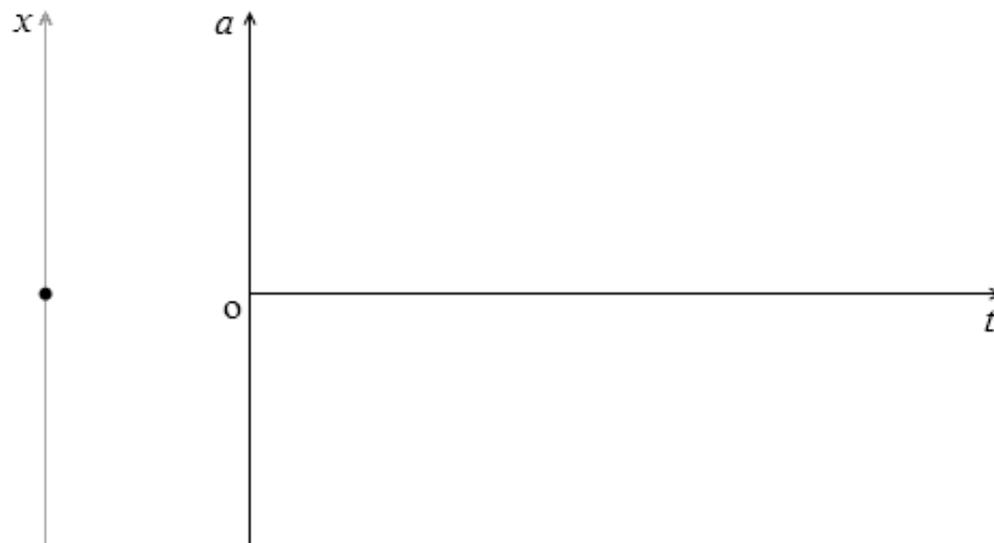
円の角度（時間関数）

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \boxed{-A\omega^2} \sin(\boxed{\omega t} + \alpha)$$

↑
加速度的大きさ



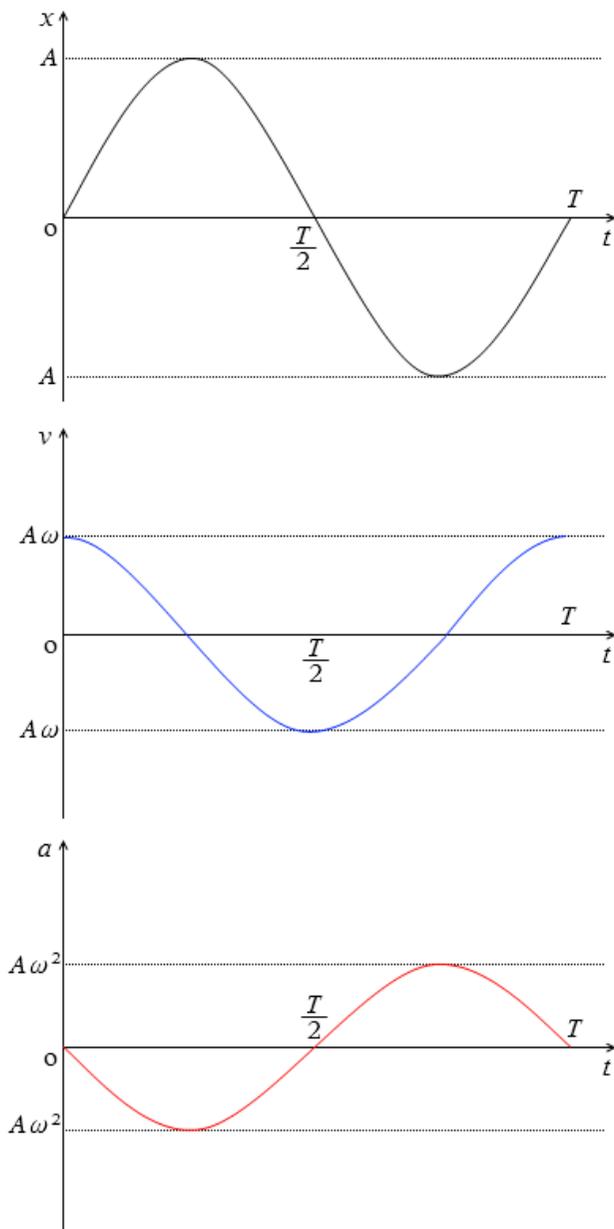
このベクトルは向心力



引用: <http://wakariyasui.sakura.ne.jp/p/mech/tann/tannsinn.html>

変位, 速度, 加速度の振幅・位相関係

引用: <http://wakariyasui.sakura.ne.jp/p/mech/tann/tannsinn.html>



$$x(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$$

変位の大きさ

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \alpha)$$

$$= A\omega \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

速度の大きさ

位相差

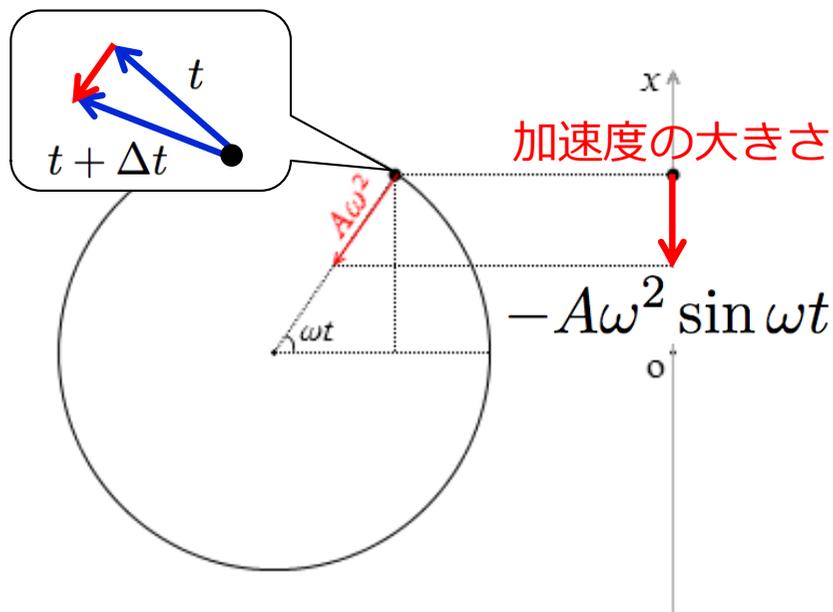
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$= A\omega^2 \sin(\omega t + \alpha + \pi)$$

加速度の大きさ

位相差

単振動の復元力

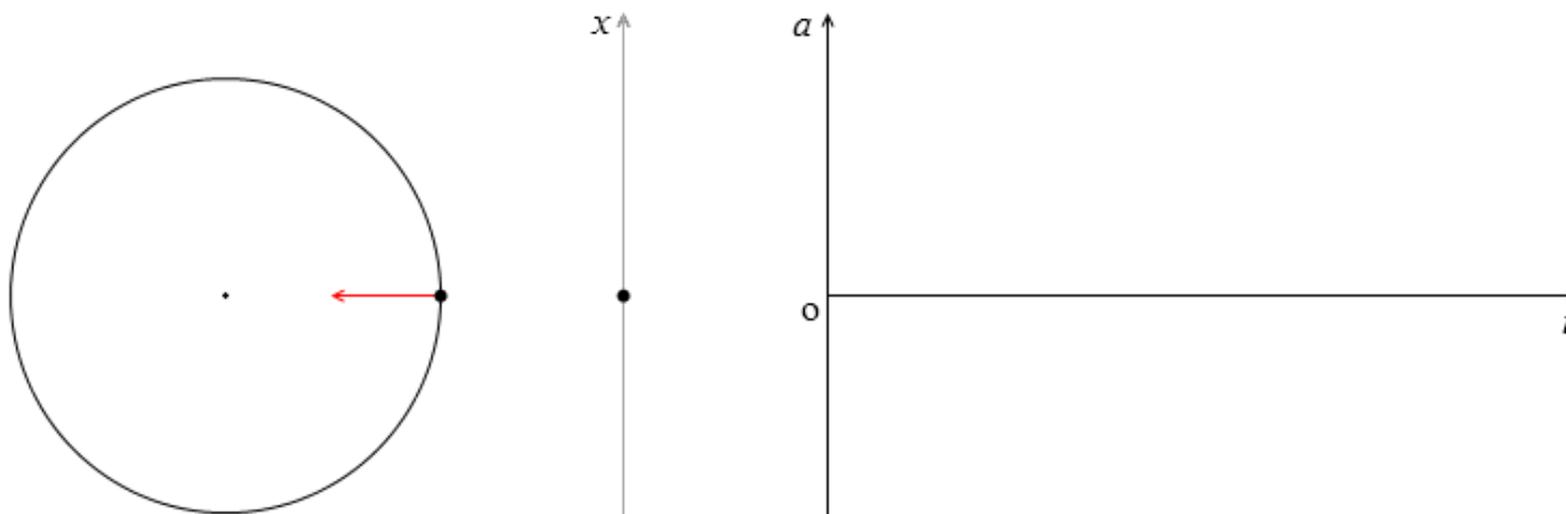


円運動の向心力を単振動で考えると、
復元力 F は質点の質量 m と加速度 a の積に等しく、

$$F(t) = m a(t) = -m A \omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$= -m \omega^2 x(t)$$

で表される



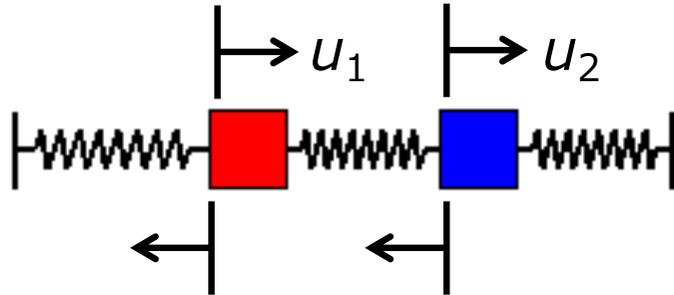
このベクトル
は復元力

引用: <http://wakariyasui.sakura.ne.jp/p/mech/tann/tannsinn.html>

連成振動

引用: http://people.seas.harvard.edu/~jones/cscie129/nu_lectures/lecture3%20/ho_coupled/ho_coupled.html

“同位相”の規準モード

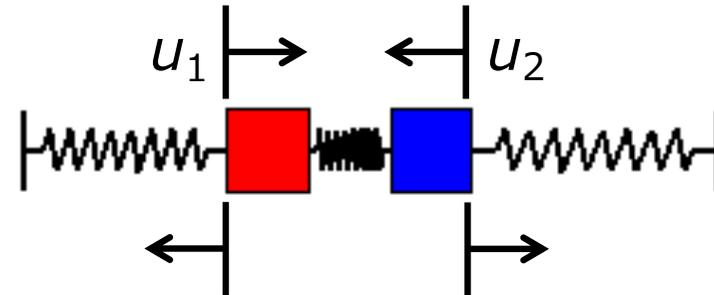


真ん中のバネが強い場合

初期条件の例

$$t=0 \text{ で, } u_1=a, u_2=a$$

“逆位相”の規準モード

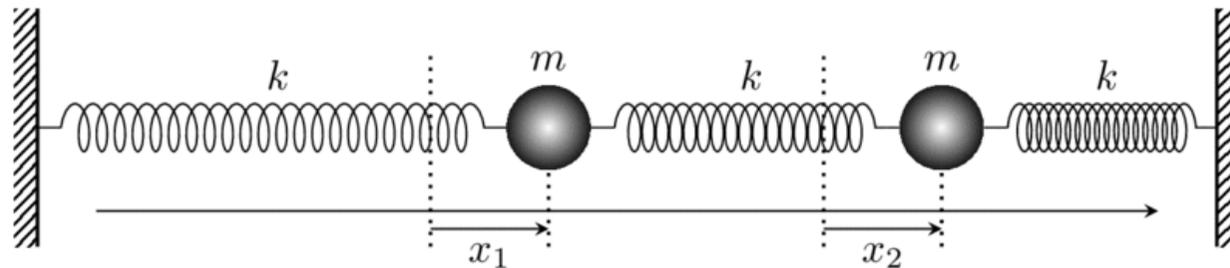


真ん中のバネが弱い場合

初期条件の例

$$t=0 \text{ で, } u_1=a, u_2=-a$$

初期条件が変わると、連成振動も変化するので注意



引用: <http://doratex.hatenablog.jp/entry/20140417/1397742060>